

УДК 621.396.4

DOI <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.4/08>**Лисенко О.І.**

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Тачиніна О.М.

Національний авіаційний університет

Кисельов В.Б.

Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського

Новіков В.І.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Гуйда О.Г.

Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського

Сушин І.О.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МЕТОД РОЗМІЩЕННЯ СЕНСОРІВ ЛІТАЮЧИМИ ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИМИ РОБОТАМИ ДИНАМІЧНИМИ ЧЕРГАМИ

Зростанням кількості руйнівних природних явищ і підвищення техногенного навантаження на екосистеми потребує практично абсолютної оперативності й точності інформаційного забезпечення системи прийняття рішення. Особливе місце в такому інформаційному забезпеченні займають системи оперативного моніторингу, які розгортаються в натуральному масштабі часу в зоні надзвичайної ситуації.

Для оперативного розгортання сенсорної мережі в статті запропонована спеціальна телекомунікаційна аероплатформа, що побудована на базі безпілотного літального апарату й розглядається як літаючий інформаційно-телекомунікаційний робот. Як математична модель літаючого інформаційно-телекомунікаційного робота в режимі розміщення сенсорів розглядається складена динамічна система. Відділення сенсорів від робота відбувається динамічними чергами за допомогою спеціального пристрою, який працює як «кулемет», але замість куль цей пристрій «вистрілює» (виштовхує) сенсори. У статті запропоновано метод, який дозволяє сформулювати в термінах теорії оптимального керування умови оптимальності розгалуженої траєкторії руху складеної динамічної системи з поточним моментом розділення, тобто з фіксованим інтервалом часу розділення.

Показано, що виникає можливість підвищити ефективність використання літаючого інформаційно-телекомунікаційного робота в режимі первинного розміщення сенсорів, яке значною мірою покращує (здає) технічні показники подальшого функціонування сенсорної мережі. Сформульовані в статті необхідні умови оптимальності розглядаються як математичне забезпечення системи оперативного автоматизованого проектування сенсорної мережі й можуть бути використані для побудови обчислювальних алгоритмів, які враховують специфіку телекомунікаційної взаємодії сенсорів між собою на момент початку роботи мережі.

Доведення необхідних умов оптимальності траєкторії руху літаючого інформаційно-телекомунікаційного робота виконано з використанням наслідку з необхідних умов оптимальності складеної динамічної системи, методу множників Лагранжа, граничного переходу під знаком інтеграла Стілтєса.

Ключові слова: сенсорна мережа, літаючий інформаційно-телекомунікаційний робот, складена динамічна система, розгалужена траєкторія руху, телекомунікаційна аероплатформа.

Постановка проблеми. Забезпечення сталого розвитку в умовах стрімких кліматичних змін, що супроводжуються зростанням кількості руйнівних природних явищ і підвищенням техногенного навантаження на екосистеми потребує практично абсолютної оперативності й точності інформаційного забезпечення системи прийняття рішення на відпрацювання керуючих дій щодо реагування на надзвичайні ситуації [1–3]. Особливе місце в цьому інформаційному забезпеченні займають системи оперативного моніторингу, які розгортаються в натуральному масштабі часу в зоні надзвичайної ситуації [4–12].

Від успішності первинного розгортання систем оперативного моніторингу (первинного розміщення сенсорів або стаціонарних, або мобільних) залежить успіх усієї операції стосовно парировання найбільш тяжких наслідків надзвичайної ситуації: загибель людей. Для оперативного розгортання сенсорної мережі використовується спеціальна літаюча платформа, яка отримала назву літаючий інформаційно-телекомунікаційний робот (далі – ЛІТР). Відділення сенсорів від ЛІТР відбувається динамічними чергами за допомогою спеціального пристрою, який працює як «кулемет», але замість куль цей пристрій «вистрілює» (виштовхує) сенсори. Оптимальне розгортання сенсорної мережі, коли відділення окремого сенсору або групи сенсорів відбувається у фіксовані (або фіксовані оптимально підібрані) моменти часу може бути виконано з використанням відомих умов оптимізації розгалуженої траєкторії руху із центральною та боковими гілками [13–15]. Але задача розміщення сенсорів істотно ускладнюється, якщо потрібно синтезувати траєкторію руху ЛІТР в припущенні, що відділення сенсорів може відбутися в кожен поточний момент часу в заданому інтервалі $t \in [t_1', t_1'']$, тобто динамічною чергою.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В усіх наявних системах розміщення сенсорів динамічною чергою відбувається на евристично заданих траєкторіях із фіксованими моментами часу відділення сенсорів від ЛІТР [16; 17]. Це означає, що такі траєкторії ЛІТР не є оптимальними.

Постановка завдання. Метою статті є дослідження методу розміщення сенсорів літаючими інформаційно-телекомунікаційними роботами динамічними чергами.

Виклад основного матеріалу дослідження. Сформулюємо задачу розміщення сенсорів літаючими інформаційно-телекомунікаційними роботами динамічними чергами та розглянемо метод її розв'язання. ЛІТР будемо розглядати як складену

динамічну систему (далі – СДС), що складається з двох підсистем. Як було зазначено в [2, 14] траєкторія такої СДС (див. рис. 1) відноситься до класу розгалужених траєкторій і складається з трьох ділянок: (0, 1) – ділянка спільного руху СДС; (1, 11), (1, 12) – ділянки руху підсистем після розділення.

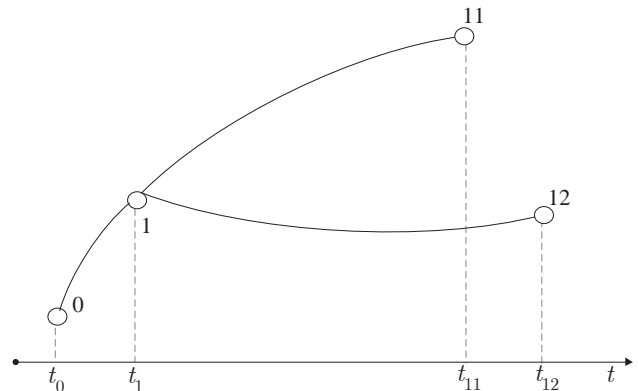


Рис. 1. Приклад схеми розгалуження траєкторії руху СДС: (0, 1) – ділянка спільного руху СДС; (1, 11), (1, 12) – ділянки руху підсистем після розділення

Векторні функції та змінні, що описують динаміку руху СДС на ділянках (0, 1), (1, 1*i*), $i=1, 2$ будемо позначати, відповідно, індексами 1, 11, 12, що стоять зліва внизу, а скалярні функції та змінні – тими ж індексами, але що стоять праворуч внизу.

Розглянемо таку математичну постановку задачі. Складена динамічна система, динаміка руху якої описується рівнянням:

$${}_1\dot{x} = {}_1f({}_1x, {}_1u, t), \quad t \in [t_0, \tau], \quad (1)$$

де ${}_1x \in E^n$ – вектор стану, ${}_1u \in \Omega_1 \subset E^m$ – вектор керування, $\tau \in [t_1', t_1'']$, починає свій рух з множини:

$$Q_0 = \{({}_1x(t_0), t_0) : \varphi_1^{(0)}({}_1x(t_0), t_0) \begin{cases} \leq 0, l = \overline{1, r_0^{(0)}}; \\ = 0, l = \overline{r_0^{(0)} + 1, r^{(0)}}; \end{cases} \}, \quad (2)$$

де $r^{(0)} - r_0^{(0)} < n + 1$, Q_0 – обмеження на початкові значення фазових координат.

У будь-який момент часу $\tau \in [t_1', t_1'']$ ($t_0 < t_1'$), де t_1' і t_1'' задаються умови:

$$Q_1' = \{({}_1x(t_1'), t_1') : \varphi_1^{(1')}({}_1x(t_1'), t_1') \begin{cases} \leq 0, l = \overline{1, r_1^{(1')}}; \\ = 0, l = \overline{r_1^{(1')} + 1, r^{(1')}}; \end{cases} \},$$

$$Q_1'' = \{({}_1x(t_1''), t_1'') : \varphi_1^{(1'')}({}_1x(t_1''), t_1'') \begin{cases} \leq 0, l = \overline{1, r_1^{(1'')}}; \\ = 0, l = \overline{r_1^{(1'')} + 1, r^{(1'')}}; \end{cases} \},$$

на множині:

$$Q_1 = \{({}_1x(\tau), \tau) : \varphi_1^{(1)}({}_1x(\tau), \tau) \begin{cases} \leq 0, l = \overline{1, r_1^{(1)}}; \\ = 0, l = \overline{r_1^{(1)} + 1, r^{(1)}}; \end{cases} \}, \quad (3)$$

де $r^{(1)} - r_1^{(1)} < n + 1$, $r^{(1')} - r_1^{(1')} < n + 1$, $r^{(1'')} - r_1^{(1'')} < n + 1$;

Q_1^+ , Q_1^- , Q_1 – обмеження на значення фазових координат відповідно в моменти часу t' , t_1^+ , t_1^- , t_1 , $\tau \in [t_1^+, t_1^-]$, складена динамічна система може розділитися на дві підсистеми:

$$\begin{aligned} {}_{1i}\dot{x} &= {}_{1i}f({}_{1i}x, {}_{1i}u, \eta), \quad \eta \in [\tau, t_i^+], \quad {}_{1i}x \in E^n, \\ {}_{1i}u &\in \Omega_{2i} \subset E^{m_{2i}} \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (4)$$

Підсистеми, що відділилися, повинні досягти кінцевих різноманіть:

$$Q_{1i} = \left\{ ({}_{1i}x(t_i^+), t_i^+) : \varphi_1^{(1i)} \begin{cases} \leq 0, l = \overline{1, l_i^{(1i)}}; \\ = 0, l = \overline{r_i^{(1i)} + 1, r_i^{(1i)}}; \end{cases} \right\} \quad (5)$$

в нефіксовані моменти часу, відповідно, t_i^0 ($i = 1, 2$).

У момент часу розділення СДС фазові координати підсистем зв'язані співвідношеннями:

$${}_{1i}x_p(\tau) = {}_{1i}x_p(\tau) \quad (p = \overline{1, n-1}), \quad (6)$$

$${}_{1i}x_n(\tau) = \xi_{1i} x_n(\tau) \quad (i = 1, 2), \quad (7)$$

де $\xi_{11} + \xi_{12} = 1$, n -а фазова координата що описує в механічних СДС зміну маси. Завдання полягає в знаходженні такого процесу ${}_{1i}x(t)$, ${}_{1i}u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, t_0 , t_i^0 ($i = 1, 2$), який би мінімізував критерій:

$$I = I_1 + I_{11} + I_{12} \rightarrow \min, \quad (8)$$

де:

$$I_1 = S_1({}_{1i}x(t_0), t_0; {}_{1i}x(t_1^+), t_1^+) + \int_{t_0}^{t_1^+} \Phi_1({}_{1i}x, {}_{1i}u, t) dt, \quad (9)$$

$$I_{1i} = S_{1i}({}_{1i}x(t_i^+), t_i^+) + \int_{t_i^+}^{t_i^0} \Phi_{1i}({}_{1i}x, {}_{1i}u, \eta) d\eta, \quad (i = 1, 2) \quad (10)$$

за умови, що розділення СДС може відбутися в кожен момент часу $\tau \in [t_1^+, t_1^-]$.

У виразах (8)–(10) скалярні функції:

$S_1({}_{1i}x(t_0), t_0; {}_{1i}x(t_1^+), t_1^+)$, $S_{1i}({}_{1i}x(t_i^+), t_i^+)$ ($i = 1, 2$), $\varphi_l^{(1i)}({}_{1i}x(t_0), t_0)$ ($l = \overline{1, r^{(1i)}}$), $\varphi_l^{(1i)}({}_{1i}x(t_1^+), t_1^+)$ ($l = \overline{1, r^{(1i)}}$), $\varphi_l^{(1i)}({}_{1i}x(t_1^-), t_1^-)$ ($l = \overline{1, r^{(1i)}}$), $\varphi_l^{(1i)}({}_{1i}x(\tau), \tau)$ ($l = \overline{1, r^{(1i)}}$), $\varphi_l^{(1i)}({}_{1i}x(t_i^+), t_i^+)$ ($i = 1, 2; l = \overline{1, r^{(1i)}}$) мають неперервні перші похідні за всіма своїми аргументами; ${}_a f({}_a x, {}_a u, t)$ – неперервне разом із матрицею $\partial {}_a f / \partial {}_a x$ зображення $E^n \times \Omega_{\alpha} \times E^l \rightarrow E^n$; $\Phi_{\alpha}({}_a x, {}_a u, t)$ – неперервне разом із матрицею $\partial \Phi_{\alpha} / \partial {}_a x$ зображення $E^n \times \Omega_{\alpha} \times E^l$ ($\alpha = 1, 11, 12$).

Метод рішення задачі (1)–(10) полягає в такому. Розглядається допоміжна задача з кінцевою множиною значень можливих моментів часу відділення підсистем, складається векторний критерій оптимізації, здійснюється приведення векторного критерію до адитивної форми з використанням принципу псевдорозгалуження траєкторії СДС, і нарешт, через граничний перехід шукається рішення вихідної задачі.

Вважаючи, що розділення СДС на підсистеми сталося в один з моментів часу $t_1^{(j)} \in [t_1^+, t_1^-]$ ($j = \overline{1, N}$) приходимо до такої допоміжної задачі векторної оптимізації:

$$I^w = \text{col}[I^{(1)} \rightarrow \min, I^{(2)} \rightarrow \min, \dots, I^{(N)} \rightarrow \min], \quad (11)$$

$$I^{(j)} = I_1^{(j)} + I_{11}^{(j)} + I_{12}^{(j)}, \quad (12)$$

$$I_1^{(j)} = S_1({}_{1i}x(t_0), t_0; {}_{1i}x(t_1^{(j)}), t_1^{(j)}) + \int_{t_0}^{t_1^{(j)}} \Phi_1({}_{1i}x, {}_{1i}u, t) dt, \quad (13)$$

$$I_{1i}^{(j)} = S_{1i}({}_{1i}x(t_i^{(j)}), t_i^{(j)}) + \int_{t_i^{(j)}}^{t_i^0} \Phi_{1i}({}_{1i}x, {}_{1i}u, \eta) d\eta \quad (i = 1, 2), \quad (14)$$

$${}_{1i}\dot{x} = {}_{1i}f({}_{1i}x, {}_{1i}u, t), \quad t \in [t_0, t_1^{(j)}], \quad (15)$$

$${}_{1i}\dot{x} = {}_{1i}f({}_{1i}x, {}_{1i}u, \eta), \quad \eta \in [t_1^{(j)}, t_i^{(j)}], \quad (16)$$

$${}_{1i}x \in E^n, {}_{1i}x \in E^n, {}_{1i}u \in \Omega_i \subset E^{m_i}, {}_{1i}u \in \Omega_{2i} \subset E^{m_{2i}} \quad (i = 1, 2), \quad (17)$$

$${}_{1i}x_p(t_1^{(j)}) = {}_{1i}x_p(t_1^{(j)}) \quad (p = \overline{1, n-1}), \quad {}_{1i}x_n(t_1^{(j)}) = \xi_{1i} x_n(t_1^{(j)}),$$

$$\xi_{1i} \geq 0 \quad (i = 1, 2), \quad \xi_{11} + \xi_{12} = 1, \quad (18)$$

$$({}_{1i}x(t_0), t_0) \in Q_0, \quad ({}_{1i}x(t_1^{(j)}), t_1^{(j)}) \in Q_1, \quad ({}_{1i}x(t_1^+), t_1^+) \in Q_1^+,$$

$$({}_{1i}x(t_1^-), t_1^-) \in Q_1^-, \quad (19)$$

$$({}_{1i}x(t_i^{(j)}), t_i^{(j)}) \in Q_{1i} \quad (i = 1, 2; j = \overline{1, N}), \quad (20)$$

$$t_0 < t_1^+ = t_1^{(1)} < \dots < t_1^{(N)} = t_1^-, \quad \theta = (t_1^{(1)}, t_1^{(2)}, \dots, t_1^{(N)}), \quad (21)$$

де $t_1^{(j)}$ – момент часу досягнення кінцевої множини Q_{1i} системою (16), що розпочала рух у момент часу $t_1^{(j)}$ ($i = 1, 2; j = \overline{1, N}$).

Принцип псевдорозгалуження траєкторії СДС полягає в такому. Припустимо, що розділення СДС на підсистеми має відбутися в момент часу $t = t_1^{(1)}$. У такому випадку траєкторія СДС складається з трьох ділянок (рис. 2), оптимально зшитих між собою умовами стрибка.

Однак, якщо в момент $t_1^{(1)}$ сигнал на розділення не надійде, то СДС в об'єднаному стані повинна продовжити рух до наступного можливого моменту часу розділення $t_1^{(2)}$.

Таким чином, у момент часу $t_1^{(1)}$ необхідно оптимально зшивати не три, а чотири траєкторії, з яких одна зліва від $t_1^{(1)}$, що являє собою траєкторію руху підсистем в об'єднаному стані ($0-1'$), і три траєкторії праворуч від $t_1^{(1)}$: дві псевдотраєкторії, по яких могли б переміщатися підсистеми в відділеному стані ($1'-11'$, $1'-12'$) і одна траєкторія підсистем, що здійснюють рух в об'єднаному стані ($1'-1''$). Міркуючи аналогічним чином щодо моментів часу $t_1^{(2)}$, $t_1^{(3)}$, ..., $t_1^{(N)}$, приходимо до задачі оптимізації розгалуженої траєкторії (підрозділ 1.4), яка в такому випадку полягає в такому:

$$\tilde{I} = v^N I_1^{(N)} + \varphi^{(0)T} \zeta_0^N + \varphi^{(1)T} \zeta_1^N + \varphi^{(1')T} \zeta_{1'}^N + \sum_{j=1}^N \{ \mu_j^N [I_{11}^{(j)} + I_{12}^{(j)}] + \quad (22)$$

$$\varphi^{(1)T} \zeta_1^{N(j)} + \varphi^{(1'')T} \zeta_{1''}^{N(j)} \} \rightarrow \min,$$

$$\text{де } v^N, \xi_{1i}^N, \mu_j^N \quad (i = 1, 2; j = \overline{1, N}),$$

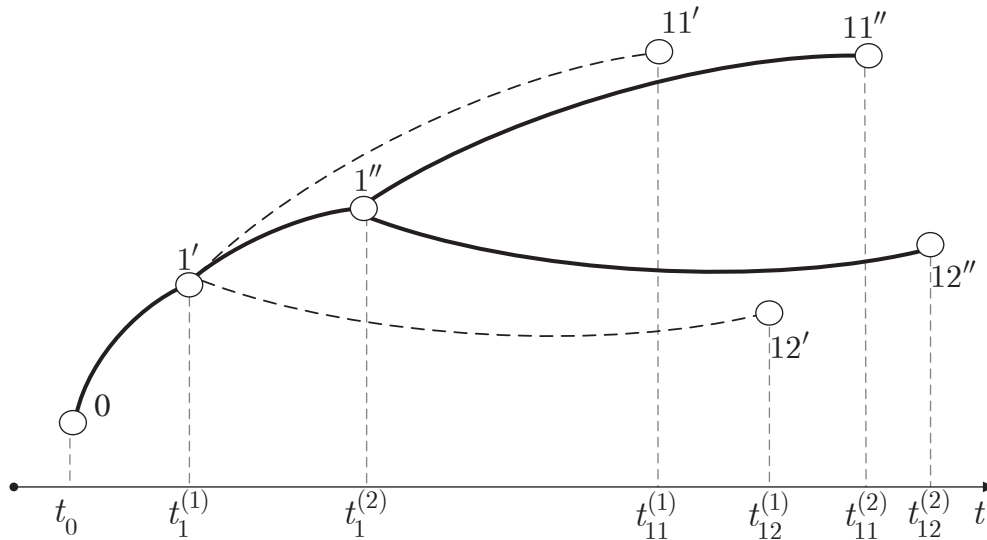


Рис. 2. Схема розгалуження траєкторії руху СДС із поточним моментом розділення

$$v^N \geq 0, \mu_j^N \geq 0 \quad (j = \overline{1, N}), \quad (23)$$

$$\varphi^{(0)T} = \{\varphi_1^{(0)}, \dots, \varphi_{r^{(0)}}^{(0)}\}, \quad \zeta_0^{NT} = \{\zeta_{01}^N, \dots, \zeta_{0r^{(0)}}^N\}, \quad (24)$$

$$\varphi^{(1')T} = \{\varphi_1^{(1')}, \dots, \varphi_{r^{(1')}}^{(1')}\}, \quad \zeta_{1'}^{NT} = \{\zeta_{1'1}^N, \dots, \zeta_{1'r^{(1')}}^N\}, \quad (25)$$

$$\varphi^{(1'')T} = \{\varphi_1^{(1'')}, \dots, \varphi_{r^{(1'')}}^{(1'')}\}, \quad \zeta_{1''}^{NT} = \{\zeta_{1''1}^N, \dots, \zeta_{1''r^{(1'')}}^N\}, \quad (26)$$

$$\varphi^{(11')T} = \{\varphi_1^{(11')}, \dots, \varphi_{r^{(11')}}^{(11')}\}, \quad \zeta_{11'}^{NT} = \{\zeta_{11'1}^N, \dots, \zeta_{11'r^{(11')}}^N\}, \quad (27)$$

$$\varphi^{(11'')T} = \{\varphi_1^{(11'')}, \dots, \varphi_{r^{(11'')}}^{(11'')}\}, \quad \zeta_{11''}^{NT} = \{\zeta_{11''1}^N, \dots, \zeta_{11''r^{(11'')}}^N\}, \quad (28)$$

$$\zeta_{0l}^N \geq 0 \quad (l = \overline{1, r^{(0)}}), \quad \zeta_{1'l'}^N \geq 0 \quad (l = \overline{1, r^{(1')}}), \quad \zeta_{1'l''}^N \geq 0 \quad (l = \overline{1, r^{(1'')}}), \quad (29)$$

$$\zeta_{1l}^N \geq 0 \quad (l = \overline{1, r^{(1)}}), \quad \zeta_{1l}^N \geq 0 \quad (i = 1, 2; l = \overline{1, r^{(ii)}}) \quad (30)$$

з урахуванням співвідношень (15)–(21).

Оскільки вимога задачі (1)–(8) щодо оптимальності умов розділення в кожен поточний момент часу більш жорстка, ніж вимога задачі (15)–(22), де оптимальні умови повинні дотримуватися в кінцевому числі моментів часу відділення підсистем, то кожен допустимий процес ${}_1x(t), {}_1u(t), {}_{1i}x(\eta), {}_{1i}u(\eta), t_0, \eta, t_{ii}^{(j)}$ ($i = 1, 2; j = \overline{1, N}$) задачі (1)–(8) буде допустимим і в задачі (15)–(22) при довільно вибраних моментах часу $t_1^{(1)} < t_1^{(2)} < \dots < t_1^{(N)}$.

Оптимальний процес ${}_1x(t), {}_1u(t), {}_{1i}x(\eta), {}_{1i}u(\eta), t_0, \eta, t_{ii}^{(j)}$ ($i = 1, 2; j = \overline{1, N}$) задачі (1)–(8) назвемо стійко-оптимальним, якщо знайдеться таке натуральне N_0 , що для кінцевої множини значень $N > N_0$ і рівновіддалених точок $t_1^{(1)} < t_1^{(2)} < \dots < t_1^{(N)}$ допустимий процес ${}_1x(t), {}_1u(t), {}_{1i}x(\eta), {}_{1i}u(\eta), t_0, \eta, t_{ii}^{(j)}$ ($i = 1, 2; j = \overline{1, N}$) буде оптимальним і в задачі (15)–(22).

Установимо ознаки стійко-оптимального процесу й одночасно отримаємо рішення вихідної задачі, виконавши в необхідних умовах оптимальності для задачі (15)–(22) граничний по N перехід.

Відповідно до принципу мінімуму для оптимального процесу ${}_1x(t), {}_1u(t), {}_{1i}x(\eta), {}_{1i}u(\eta), t_0, \eta, t_{ii}^{(j)}$ ($i = 1, 2; j = \overline{1, N}$) задачі (15)–(22) існують множники Лагранжа $\zeta_0^N, \zeta_{1'}^N, \zeta_{1''}^N, \zeta_{11'}^{N(j)}, \zeta_{11''}^{N(j)}$ ($i = 1, 2$) і рішення ${}_1\lambda^N(t), {}_{1i}\lambda^N(\eta)$ ($i = 1, 2$) векторних спряжених рівнянь:

$$v^N [{}_1\lambda^N(t) + \partial H_1 / \partial x] = 0, \quad (31)$$

$$\mu_j^N [{}_{1i}\lambda^N(\eta) + \partial H_{1i} / \partial x] = 0 \quad (i = 1, 2; j = \overline{1, N}) \quad (32)$$

такі, що справедливі умови:

1) трансверсальності:

$$v^N \left[\frac{\partial S_1}{\partial {}_1x(t_0)} \Big|_{\lambda} + {}_1\lambda^N(\hat{t}_0) \right] + \frac{\partial \varphi^{(0)T}}{\partial {}_1x(t_0)} \Big|_{\lambda} \zeta_0^N = 0, \quad (33)$$

$$v^N \left[\frac{\partial S_1}{\partial t_0} - H_1 \Big|_{\lambda} \right] + \frac{\partial \varphi^{(0)T}}{\partial t_0} \Big|_{\lambda} \zeta_0^N = 0, \quad (34)$$

$$\mu_j^N \left[\frac{\partial S_{1i}}{\partial {}_{1i}x(t_{ii}^{(j)})} \Big|_{\lambda} - {}_{1i}\lambda^N(\hat{t}_{ii}^{(j)}) \right] + \frac{\partial \varphi^{(1i)T}}{\partial {}_{1i}x(t_{ii}^{(j)})} \Big|_{\lambda} \zeta_{1i}^{N(j)} = 0, \quad (35)$$

$$\mu_j^N \left[\frac{\partial S_{1i}}{\partial t_{ii}^{(j)}} + H_{1i} \Big|_{\lambda} \right] + \frac{\partial \varphi^{(1i)T}}{\partial t_{ii}^{(j)}} \Big|_{\lambda} = 0; \quad (36)$$

2) стрибка:

$$v^N \left[\frac{\partial S_1}{\partial {}_1x_p(t_1')} \Big|_{\lambda} - {}_1\lambda_p^N(t_1' - 0) + {}_1\lambda_p^N(t_1' + 0) \right] + \frac{\partial \varphi^{(1)T}}{\partial {}_1x_p(t_1')} \Big|_{\lambda} \zeta_{1'}^N +$$

$$+ \frac{\partial \varphi^{(1)T}}{\partial {}_1x_p(t_1')} \Big|_{\lambda} \zeta_{1''}^N + \mu_1^N \sum_{i=1}^2 \rho(\xi_{1i}, p) {}_{1i}\lambda_p^N(\hat{t}_1') = 0,$$

$$\frac{\partial \varphi^{(1)T}}{\partial (t_1')} \Big|_{\lambda} \zeta_{1'}^N + v^N [H_1|_{\lambda, t_1' - 0} - H_1|_{\lambda, t_1' + 0}] - \mu_1^N \sum_{i=1}^2 H_{1i}|_{\lambda} = 0, \quad (38)$$

$$v^N \left[\frac{\partial S_1}{\partial_1 x_p(t_1^-)} \Big|_{\lambda} - {}_1\lambda_p^N(t_1 - 0) \right] + \frac{\partial \Phi^{(1)T}}{\partial_1 x_p(t_1^-)} \Big|_{\lambda} \zeta_{1r}^N + \frac{\partial \Phi^{(1)T}}{\partial_1 x_p(t_1^-)} \Big|_{\lambda} \zeta_{1r}^{N(N)} +$$

$$+ \mu_N^N \sum_{i=1}^2 \rho(\xi_{1i}, p) {}_{1i}\lambda_p^N(t_1^-) = 0, \quad (39)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(1)T}}{\partial t_1^-} \Big|_{\lambda} \zeta_{1r}^N + v^N H_{1r} \Big|_{\lambda} - \mu_N^N \sum_{i=1}^2 H_{1i} \Big|_{\lambda} = 0, \quad (40)$$

$$v^N \left[{}_1\lambda_p^N(t_1^{(j)} + 0) - {}_1\lambda_p^N(t_1^{(j)} - 0) \right] + \frac{\partial \Phi^{(1)T}}{\partial_1 x_p(t_1^{(j)})} \Big|_{\lambda} \zeta_{1r}^{N(j)} +$$

$$+ \mu_j^N \sum_{i=1}^2 \rho(\xi_{1i}, p) {}_{1i}\lambda_p^N(t_1^{(j)}) = 0, \quad (41)$$

3) мінімуму гамільтоніанів:

$$H_{1r}({}_1\hat{x}(t), {}_1\hat{u}(t), {}_1\lambda^N(t), t) = \min_{{}_1u(t) \in \Omega_{1r}, t \in [t_0, t_1]} H_{1r}({}_1\hat{x}(t), {}_1\hat{u}(t), {}_1\lambda^N(t), t), \quad (42)$$

$$H_{1i}({}_1\hat{x}(\eta), {}_1\hat{u}(\eta), {}_1\lambda^N(\eta), \eta) = \min_{{}_1u(\eta) \in \Omega_{1i}, \eta \in [t_1^{(j)}, t_1^{(j+1)}]} H_{1i}({}_1\hat{x}(\eta), {}_1\hat{u}(\eta), {}_1\lambda^N(\eta), \eta) \quad (i=1,2), \quad (43)$$

4) нетривіальності, невід'ємності, доповнюючої нежорсткості:

$$v^N + \sum_{i=1}^{j(0)} \zeta_{0i}^N + \sum_{i=1}^{j(1)} \zeta_{1i}^N + \sum_{i=1}^{j(2)} \zeta_{2i}^N + \sum_{j=1}^N \left[\sum_{i=1}^{j(1)} \zeta_{1i}^{N(j)} + \sum_{i=1}^{j(2)} \zeta_{2i}^{N(j)} + \mu_j^N \right] = 1, \quad (44)$$

$$\zeta_{0l}^N \geq 0 \quad (l = \overline{1, r^{(0)}}), \zeta_{1l}^N \geq 0 \quad (l = \overline{1, r^{(1)}}), \zeta_{2l}^N \geq 0 \quad (l = \overline{1, r^{(2)}}), \quad (45)$$

$$\zeta_{1i}^{N(j)} \geq 0 \quad (l = \overline{1, r^{(j)}}), \zeta_{2i}^N \geq 0 \quad (l = \overline{1, r^{(1i)}}), \quad (i = 1, 2) \quad (46)$$

$$\Phi_l^{(0)} \zeta_{0l}^N = 0, \quad l = \overline{1, r^{(0)}}; \Phi_l^{(1)} \zeta_{1l}^N = 0, \quad l = \overline{1, r^{(1)}}; \Phi_l^{(i)} \zeta_{1i}^N = 0, \quad l = \overline{1, r^{(1i)}}; \quad (47)$$

$$\Phi_l^{(1)} \zeta_{1l}^{N(j)} = 0, \quad l = \overline{1, r^{(1)}}; \Phi_l^{(1i)} \zeta_{1i}^{N(j)} = 0 \quad (l = \overline{1, r^{(1i)}}), \quad l = \overline{1, r^{(1i)}}, \quad (48)$$

де значок «^» означає оптимальні значення змінних і параметрів,

$$H_q(q, x, q, u, q, \lambda, t) = \Phi_q(q, x, q, u, t) + q \lambda^{NT}(t) q f(q, x, q, u, t), \quad q = 1, 11, 12,$$

$$\rho(\xi_{1i}, p) = \begin{cases} 1, & p = 1, \overline{n-1}; \\ \xi_{1i}, & p = n, i = 1, 2. \end{cases}$$

Задамо на числовій осі ступінчасті функції $\alpha^N(t)$, $\zeta_{1l}^N(t)$ ($l = \overline{1, r^{(1)}}$), $\zeta_{1i}^{N(j)}(t)$ ($i = 1, 2; l = \overline{1, r^{(1i)}}$) зі стрибками відповідно $\alpha_1^N(t), \dots, \alpha_N^N$; $\zeta_{1l}^{N(1)}, \dots, \zeta_{1l}^{N(N)}$; $\zeta_{1i}^{N(1)}, \dots, \zeta_{1i}^{N(N)}$ ($i = 1, 2$) в точках $t_1^{(1)}, \dots, t_1^{(N)}$. При $t < t_1^{(1)}$ покладемо $\mu^N(t) = \zeta_{1r}^N(t) = \zeta_{1i}^{N(j)}(t) = 0$. В інтервалі часу $[t_1^{(1)}, t_1^{(N)}]$ спряжене рівняння (31) разом з умовою стрибка (39), (41) можуть бути представлені в рівносильній інтегральній формі, що містить інтеграл Стільтєса [18]:

$$v_1^N \lambda_p^N(\tau) = v^N \int_{\tau}^{t_1} \frac{\partial H_1}{\partial_1 x_p} dt + \int_{\tau}^{t_1} \sum_{i=1}^2 \rho(\xi_{1i}, p) {}_{1i}\lambda_p^N(t) d\mu^N(t) + \int_{\tau}^{t_1} \frac{\partial \Phi^{(1)T}}{\partial_1 x_p} d\zeta_{1r}^N(t) + v^N \frac{\partial S_1}{\partial_1 x_p(t_1^-)} \Big|_{\lambda} + \frac{\partial \Phi^{(1)T}}{\partial_1 x_p(t_1^-)} \Big|_{\lambda} \zeta_{1r}^N, \quad (49)$$

де ${}_{1i}\lambda^N(t)$ ($i = 1, 2$) знаходиться в результаті рішення рівнянь (16), (32) при граничних умовах (18)–(21),

(35), (36), (38), (40). Водночас умова стрибка для $t = t_1^+$ набуде вигляду:

$$v^N \left[\frac{\partial S_1}{\partial_1 x(t_1^+)} \Big|_{\lambda} - {}_1\lambda^N(t_1^+ - 0) + {}_1\lambda^N(t_1^+ + 0) \right] + \frac{\partial \Phi^{(1)T}}{\partial_1 x(t_1^+)} \Big|_{\lambda} \zeta_{1r}^N = 0, \quad (50)$$

де ${}_{1i}\lambda^N(t_1 - 0)$ – знаходиться в результаті рішення рівняння (31) в інтервалі часу $[t_0, t_1^+]$ за дотримання граничних умов (33), (34), а ${}_{1i}\lambda^N(t_1 + 0)$ із рівняння (49) при $\tau = t_1^+$.

Унаслідок умов (23) та (44)–(46) функції $\alpha^N(t)$, $\zeta_{1l}^N(t)$ ($l = \overline{1, r^{(1)}}$), $\zeta_{1i}^{N(j)}(t)$ ($i = 1, 2; l = \overline{1, r^{(1i)}}$) невід'ємні й мають обмежену варіацію. Зафіксуємо довільний відрізок J числової осі, що включає $[t_1^{(1)}, t_1^{(N)}]$ разом із малою околицею та виберемо $N > N_0$ так, щоб $t_1^{(1)}, \dots, t_1^{(N)}$ залишалися точками неперервності керування ${}_1u(t)$. З послідовності функцій $\{\mu^N(t) : N > N_0\}$, $\{\zeta_{1l}^N(t) : N > N_0\}$, ($l = \overline{1, r^{(1)}}$), $\{\zeta_{1i}^{N(j)}(t) : N > N_0\}$, ($i = 1, 2; l = \overline{1, r^{(1i)}}$) можна виділити підпослідовності, які поточечно на J сходяться до граничних функцій, тобто:

$$\mu^N(t) \rightarrow \mu(t), \quad \zeta_{1l}^N(t) \rightarrow \zeta_{1l}(t) \quad (l = \overline{1, r^{(1)}}), \quad (51)$$

$$\zeta_{1i}^{N(j)}(t) \rightarrow \zeta_{1i}(t) \quad (i = 1, 2; l = \overline{1, r^{(1i)}}), \quad t \in J.$$

Скаляри v^N , ζ_{1l}^N ($l = \overline{1, r^{(1)}}$), $\zeta_{1i}^{N(j)}$ ($l = \overline{1, r^{(1i)}}$), $N > N_0$ також обмежені й тому послідовності $\{v^N : N > N_0\}$, $\{\zeta_{1l}^N : N > N_0\}$ ($l = \overline{1, r^{(1)}}$), $\{\zeta_{1i}^{N(j)} : N > N_0\}$ ($l = \overline{1, r^{(1i)}}$) мають підпослідовності, що сходяться, тобто:

$$v^N \rightarrow v, \quad \zeta_{1l}^N \rightarrow \zeta_{1l}^N \quad (l = \overline{1, r^{(1)}}), \quad \zeta_{1i}^{N(j)} \rightarrow \zeta_{1i}^{N(j)} \quad (l = \overline{1, r^{(1i)}}). \quad (52)$$

Варіації функції $\alpha(t)$, $\zeta_{1l}(t)$ ($l = \overline{1, r^{(1)}}$) на J обмежені, а отже, в інтегральному рівнянні типу Вольterra [18; 19]:

$$v_1 \lambda_p(t) = v \frac{\partial S_1}{\partial_1 x_p(t_1^-)} \Big|_{\lambda} + \frac{\partial \Phi^{(1)T}}{\partial_1 x_p(t_1^-)} \Big|_{\lambda} \zeta_{1r} + v \int_{\tau}^{t_1} \frac{\partial H_1}{\partial_1 x_p} dt + \int_{\tau}^{t_1} \left[\sum_{i=1}^2 \rho(\xi_{1i}, p) {}_{1i}\lambda_p(t) d\mu(t) + \frac{\partial \Phi^{(1)T}}{\partial_1 x_p} d\zeta_{1r}(t) \right], \quad (p = \overline{1, n}) \quad (53)$$

останній доданок має сенс. Рішення ${}_1\lambda(\tau)$ цього рівняння існує в класі функцій обмеженої варіації і при цьому єдине [19]. У силу (51) рішення ${}_1\lambda(\tau)$ рівняння (49) в кожній точці $\tau \in J$ сходяться до рішення ${}_1\lambda(\tau)$ рівняння (33). При цьому функції $\alpha(t)$, $\zeta_{1l}(t)$ ($l = \overline{1, r^{(1)}}$) як границі (51) неспадних невід'ємних функцій самі є неспадними невід'ємними на J функціями отже, може розглядатися як міри. Переходячи до границі по N в співвідношеннях (31) – (47), і з урахуванням усього викладеного вище, отримаємо такий результат.

Теорема. Нехай ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, ($i = 1, 2$) t_0 , t_1^+ , t_1^- – стійко-оптимальний процес задачі (2.83)–(2.90). Тоді існують невід'ємні числа v , ζ_{0l} ($l = \overline{1, r^{(0)}}$), ζ_{1l}

$(l = \overline{1, r^{(l)}})$, $\zeta_{i,l}$ ($l = \overline{1, r^{(l)}}$) і невід’ємні міри $\alpha(t)$, $\zeta_{i,l}(t)$ ($l = \overline{1, r^{(l)}}$), $\zeta_{i,l}(t)$ ($i = 1, 2; l = \overline{1, r^{(l)}}$) обмеженої варіації, зосереджені на множинах відповідно

$$M_\mu = [t'_1, t''_1], M_1 = \{t : \varphi_1^{(1)}(x(t), t = 0) \in [t'_1, t''_1], \\ l = \overline{1, r^{(l)}}\},$$

$M_{i,l} = \{t : \varphi_i^{(l)}(x(t'_i), t'_i = 0) \in [t'_i, t''_i], l = \overline{1, r^{(l)}}$, $i = 1, 2$, де t'_i ($i = 1, 2$) – момент часу досягнення системою (4) ($i = 1, 2$) кінцевої множини (5) за умови, що розділення СДС відбулося в момент t , векторна функція ${}_1\lambda(\tau)$ обмеженої варіації, що є рішенням інтегрального рівняння (53) $\tau \in [t'_1, t''_1]$ і звичайного диференціального рівняння:

$${}_1\dot{\lambda}(t) = -\left. \frac{\partial H_1}{\partial_1 x} \right|_\kappa \quad (54)$$

для $\tau \in [t_0, t'_1]$ і векторні функції ${}_i\lambda(\eta)$ ($i = 1, 2$) обмеженої варіації, що є рішенням рівнянь:

$${}_i\dot{\lambda}(\eta) = -\left. \frac{\partial H_{i,l}}{\partial_{i,l} x} \right|_\kappa, \eta \in [t, t'_i], i = 1, 2; t \in [t'_1, t''_1] \quad (55)$$

такі, що справедливі умови:

1) трансверсальності:

$$v \left[\left. \frac{\partial S_1}{\partial x_1(t_0)} \right|_\kappa + {}_1\lambda^N(t_0) \right] + \left. \frac{\partial \varphi^{(0)T}}{\partial_1 x(t_0)} \right|_\kappa \zeta_0 = 0, \quad (56)$$

$$v \left[\left. \frac{\partial S_1}{\partial t_0} - H_1 \right|_\kappa \right] + \left. \frac{\partial \varphi^{(0)T}}{\partial t_0} \right|_\kappa \zeta_0 = 0, \quad (57)$$

$$d\mu(t) \left[\left. \frac{\partial S_{i,l}}{\partial_{i,l} x(t'_i)} \right|_\kappa - {}_i\lambda^N(t'_i) \right] + \left. \frac{\partial \varphi^{(i)T}}{\partial_{i,l} x(t'_i)} \right|_\kappa d\zeta_{i,l} = 0, \quad (58)$$

$$d\mu(t) \left[\left. \frac{\partial S_{i,l}}{\partial t'_i} \right|_\kappa + H_{i,l} \right] + \left. \frac{\partial \varphi^{(i)T}}{\partial t'_i} \right|_\kappa d\zeta_{i,l} = 0; \quad (59)$$

2) стрибка:

$$v \left[\left. \frac{\partial S_1}{\partial x_1(t'_1)} \right|_\kappa + {}_1\lambda(t'_1 + 0) - {}_1\lambda(t'_1 - 0) \right] + \left. \frac{\partial \varphi^{(1)T}}{\partial_1 x(t'_1)} \right|_\kappa \zeta_1^N = 0, \quad (60)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi^{(1)T}}{\partial t'_1} \right|_\kappa \zeta_1 + v \left[H_{1,l} \Big|_{\kappa, \hat{\eta}=0} - H_{1,l} \Big|_{\kappa, \hat{\eta}=+0} \right] - d\mu(t) \sum_{i=1}^2 H_{i,l} \Big|_\kappa = 0, \quad (61)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi^{(1)T}}{\partial t'_1} \right|_\kappa \zeta_1 + v H_{1,l} \Big|_\kappa - d\mu(t'_1) \sum_{i=1}^2 H_{i,l} \Big|_\kappa = 0; \quad (62)$$

3) мінімуму гамільтоніанів:

$$H_1(\hat{x}(t), \hat{u}(t), {}_1\lambda^N(t), t) = \min_{u(t) \in \Omega_1, t \in [t'_1, t''_1]} H_1(\hat{x}(t), \hat{u}(t), {}_1\lambda^N(t), t), \quad (63)$$

$$H_{i,l}(\hat{x}(\eta), \hat{u}(\eta), \lambda(\eta), \eta) = \min_{u(\eta) \in \Omega_{i,l}, \eta \in [t, t'_i], i=1,2} H_{i,l}(\hat{x}(\eta), \hat{u}(\eta), \lambda(\eta), \eta); \quad (64)$$

4) нетривіальності, невід’ємності, доповнюючої нежорсткості:

$$v + \int_{t'_1}^{t''_1} d\mu(t) + \sum_{i=1}^{r^{(0)}} \zeta_{0,i} + \sum_{i=1}^{r^{(1)}} \zeta_{1,i} + \sum_{i=1}^{r^{(1)}} \zeta_{1,i} + \int_{t'_1}^{t''_1} \left[\sum_{i=1}^{r^{(1)}} d\zeta_{i,l}(t) + \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^{r^{(i)}} d\zeta_{i,l}(t) \right] = 1, \quad (65)$$

$$\zeta_{0,l} \varphi_l^{(0)} = 0, l = \overline{1, r_0^{(0)}}; \quad (66)$$

$$\zeta_{1,l} \varphi_l^{(1)} = 0, l = \overline{1, r^{(1)}}; \quad (67)$$

$$\zeta_{1,l} \varphi_l^{(1)} = 0, l = \overline{1, r^{(1)}}; \quad (68)$$

$$d\zeta_{i,l}(t) \varphi_l^{(i)} = 0, l = \overline{1, r_1^{(i)}}; d\zeta_{i,l}(t) \varphi_l^{(i)} = 0, i = 1, 2, \\ l = \overline{1, r_1^{(i)}}. \quad (69)$$

Висновки. Запропонований метод дозволяє сформулювати в термінах теорії оптимального керування умови оптимальності розгалуженої траєкторії руху складеної динамічної системи з поточним моментом розділення, тобто із фіксованим інтервалом часу розділення. З технічної точки зору це означає, що виникає можливість підвищити ефективність використання літаючого інформаційно-телекомунікаційного робота у режимі первинного розміщення сенсорів, яке значною мірою покращує (задає) технічні показники подальшого функціонування сенсорної мережі.

Сформульовані у вигляді теореми необхідні умови оптимальності є частиною математичного забезпечення системи оперативного автоматизованого проектування сенсорної мережі і можуть бути використані для побудови обчислювальних алгоритмів, які враховують специфіку телекомунікаційної взаємодії сенсорів між собою на момент початку роботи мережі.

Доведення необхідних умови оптимальності траєкторії руху літаючого інформаційно-телекомунікаційного робота виконано з використанням наслідку з необхідних умов оптимальності складеної динамічної системи, методу множників Лагранжа, граничного переходу під знаком інтеграла Стілтєса.

Список літератури:

1. Tachinina O.M., Lysenko O.I. Optimal principle for dynamical system with alterative orbiting. *Electronics and control systems*. Kyiv : NAU, 2016. № 4 (50). P. 108–113.
2. Тачинина О.М., Лысенко О.И. Метод размещения сенсоров в зоне чрезвычайной ситуации на базе технологии составных динамических систем. *Сборник научных трудов SWorld*. 2014. Выпуск 3 (36). Том 1. С. 84–89.
3. Тачинина О.М., Лысенко О.И., Чумаченко С.М. Математическая постановка задачи оптимизации движения группы квадрокоптеров. *Актуальні проблеми моделювання ризиків і загроз виникнення надзвичайних ситуацій на об’єкт критичної інфраструктури* : праці міжнародної науково-практичної конференції, м. Київ, 20–21 квітня 2015 р. Київ : УкрНДІЦЗ, 2015. Вип.1. С. 113–119.
4. Романюк В.А., Лисенко О.І., Романюк А.В., Новіков В.І., Гуйда О.Г. Метод збору інформації з вузлів безпроводової сенсорної мережі з використанням інтелектуальних адаптивних літаючих інформаційно-

телекомунікаційних робіт. *Вчені записки таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2021. Том 32 (71). № 2. Астина 2. С. 25–35.

5. Popescu D., Stoican F., Stamatescu G., Chenaru O., Ichim L. A Survey of Collaborative UAV–WSN Systems for Efficient Monitoring. *Sensors*. 2019. No. 19 (21). 4690. URL: <https://doi.org/10.3390/s19214690>.

6. Jawhar I., Mohamed N., Al-Jarood J. UAV-based data communication in wireless sensor networks: Models and Strategies. *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2015.

7. Okcu H., Soy Turk M. Distributed Clustering Approach for UAV Integrated Wireless Sensor Networks. *International Journal of Ad Hoc and Ubiquitous Computing*. 2014. Vol. 15. No. 1–3. P. 106–120.

8. Ho D.-T., Grotli E.I., Johansen T.A. Heuristic Algorithm and Cooperative Relay for Energy Efficient Data Collection with a UAV and WSN. URL: http://folk.ntnu.no/torarnj/ho_2013.pdf.

9. Zhan Ch., Zeng Y., Zhang R. Energy-Efficient Data Collection in UAV Enabled Wireless Sensor Network. *IEEE Wireless Communications Letters*. 2017. Volume: PP. Issue 99.

10. Synthesis of data collection methods by telecommunication airplatforms in wireless sensors networks / A.V. Romaniuk, V.A. Romaniuk, O.I. Lysenko, M.K. Sparavalo, O.V. Zhuk. *Information and Telecommunication Sciences*. 2020. № 2. P. 63–73.

11. Multiple UAVs path planning algorithms: a comparative study / Sathyaraj, B. Moses, et al. *Fuzzy Optimization and Decision Making*. 2008. P. 257–267.

12. Ho D.-T., Shimamoto Sh. Highly reliable communication protocol for WSN-UAV system employing TDMA and PFS scheme. December 2011. DOI: 10.1109/GLOCOMW.2011.6162401.

13. Lysenko O., Tachinina O., Alekseeva I., Kyselov V. Algorithm of Operative Synthesis of Information Robot Branching Path. *Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments* : IEEE 5th International Conference, Kyiv, Ukraine, October, 22–24, 2019. Kyiv : NAU, 2019. P. 234–237.

14. Lysenko O., Tachinina O. Handbook of Research on Artificial Intelligence Applications in the Aviation and Aerospace Industries. Chapter 14 : Methods for the Synthesis of Optimal Control of Deterministic Compound Dynamical Systems With Branch. P. 323–351. DOI: 10.4018/978-1-7998-1415-3.ch014.

15. Lysenko O., Tachinina O. Algorithms of controlling an information robot created on the basis of unmanned aerial vehicles. *Proceedings of the National Aviation University*. Kyiv : NAU, 2020. № 2 (83). P. 13–19. DOI: 10.18372/2306-1472.83.14629.

16. Increasing the efficiency of data gathering in clustered wireless sensor networks using UAV / V. Romaniuk, O. Lysenko, A. Romaniuk, O. Zhuk. *Information and telecommunication sciences*. 2020. Vol. 11. No. 1. P. 102–107. DOI: <https://doi.org/10.20535/2411-2976.12020.102-107>.

17. Romaniuk A.V., A. Romaniuk V.A., Sparavalo M.K., Lysenko O.I., Zhuk O.V. SYNTHESIS OF DATA COLLECTION METHODS BY TELECOMMUNICATION AERIAL PLATFORMS IN WIRELESS SENSORS NETWORKS. *Information and telecommunication sciences*. 2020. Vol. 11. No. 2. URL: <http://infotelesc.kpi.ua/article/view/221266>.

18. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. Москва : Мир, 1972. 554 с.

19. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. Москва : Наука, 1989. 197 с.

Lysenko O.I., Tachinina O.M., Kyselov V.B., Novikov V.I., Guida O.G., Sushyn I.O.

METHOD OF PLACEMENT OF SENSORS BY FLYING INFORMATION

AND TELECOMMUNICATIONS WORKS BY DYNAMIC QUEUES

The growing number of destructive natural phenomena and increasing man-made load on ecosystems requires almost absolute efficiency and accuracy of information support of the decision-making system. A special place in this information support is occupied by operational monitoring systems, which are deployed on a natural scale in the emergency zone.

For the rapid deployment of the sensor network, the article proposes a special telecommunication aircraft platform, built on the basis of an unmanned aerial vehicle, is considered a flying information and telecommunication robot. A composite dynamic system is considered as a mathematical model of a flying information and telecommunication robot in the mode of sensors placement. Separation of sensors from the robot is dynamic queues with a special device that works as a “machine gun”, but instead of bullets, this device “shoots” (pushes) the sensors. The article proposes a method that allows to formulate in terms of the theory of optimal control the conditions of optimality of the branched trajectory of a composite dynamic system with the current moment of separation, ie with a fixed interval of separation time.

It is shown that there is an opportunity to increase the efficiency of using flying information and telecommunication robot in the mode of primary placement of sensors, which significantly improves (sets) the technical performance of the further functioning of the sensor network. The necessary optimality conditions formulated in the article are considered as mathematical support of the system of operative automated design of sensor network and can be used for construction of computational algorithms which take into account specificity of telecommunication interaction of sensors among themselves at the beginning of network operation.

Proof of the necessary conditions for the optimality of the trajectory of a flying information and telecommunication robot is performed using the consequence of the necessary conditions for the optimality of a complex dynamic system, the method of Lagrange multipliers, the boundary transition under the sign of the Stieltjes integral.

Key words: sensor network, flying information and telecommunication robot, folded dynamic system, branched trajectory, telecommunication air platform.